Examen d'Interpolation et Approximation

Documents autorisés : 1 page A4 recto-verso manuscrite

▷ **Exercice 1. Questions de cours** (2 points)

1.1. Qu'est-ce qu'une paramétrisation régulière ? Expliquer l'intérêt d'avoir une 'bonne' paramétrisation (en particulier régulière).

1.2. Expliquer l'intérêt d'utiliser des splines (polynômes par morceaux) par rapport aux polynômes.

▷ **Exercice 2. Une construction** (4 points)
On définit une courbe polynomiale P de Bézier de degré 3 par ses points de contrôle, paramétrée sur $[0, 1]$. On souhaite étendre cette courbe sur $[0, 2]$. Pour cela, on dessine les points de contrôle de ce même polynôme sur l'intervalle $[0, 2]$.

2.1. Dans le plan $[0, 20]\times[-20, 10]$, vous dessinerez la courbe de points de contrôle $(0, 0); (2, 3); (5, 3); (6, 0)$. A partir de ces points, construisez géométriquement les points de contrôle de P considérés sur l'intervalle $[0, 2]$, c'est à dire, les points de floraison $(000); (002); (022); (222)$.

2.2. On peut maintenant considérer cette courbe, comme une spline de degré 3, continue C^2 en 1. Justifiez que son vecteur de noeuds est $[0001222]$, définissez les points de contrôle de la spline, et les dessiner sur votre figure.

▷ **Exercice 3.** (4 points) **Splines interpolantes : schéma à 4 points**
Soit un polygone de contrôle fermé. On définit un schéma de subdivision interpolant par l'algorithme suivant : entre chaque paire de sommets consécutifs P_i, P_{i+1} on ajoute un sommet que l'on place à la position

$$-\frac{1}{16}P_{i-1} + \frac{9}{16}P_i + \frac{9}{16}P_{i+1} - \frac{1}{16}P_{i+2}.$$

3.1. Montrer que ce nouveau point se trouve sur le polynôme de Lagrange au paramètre 1.5 si on choisit $t_{i-1} = 0$, $t_i = 1$, $t_{i+1} = 2$ et $t_{i+2} = 3$.

3.2. Donner le pseudo code d'une itération de cet algorithme de subdvision.

3.3. Expliquer comment l'utiliser pour des surfaces de subdivision en produit tensoriel.