



## Examen d'Interpolation et Approximation

### Documents autorisés : 1 page A4 recto-verso manuscrite

▷ **Exercice 1. Questions de cours** (2 points)

**1.1.** Qu'est-ce qu'une paramétrisation régulière ? Expliquer l'intérêt d'avoir une 'bonne' paramétrisation (en particulier régulière).

**1.2.** Expliquer l'intérêt d'utiliser des splines (polynômes par morceaux) par rapport aux polynômes.

▷ **Exercice 2. Une construction** (4 points)

On définit une courbe polynomiale  $P$  de Bézier de degré 3 par ses points de contrôle, paramétrée sur  $[0, 1]$ . On souhaite étendre cette courbe sur  $[0, 2]$ . Pour cela, on dessine les points de contrôle de ce même polynôme sur l'intervalle  $[0, 2]$ .

**2.1.** Dans le plan  $[0, 20] \times [-20, 10]$ , vous dessinerez la courbe de points de contrôle  $(0, 0); (2, 3); (5, 3); (6, 0)$ . A partir de ces points, construisez géométriquement les points de contrôle de  $P$  considérés sur l'intervalle  $[0, 2]$ , c'est à dire, les points de floraison  $(000); (002); (022); (222)$ .

**2.2.** On peut maintenant considérer cette courbe, comme une spline de degré 3, continue  $C^2$  en 1. Justifiez que son vecteur de noeuds est  $[0001222]$ , définissez les points de contrôle de la spline, et les dessiner sur votre figure.

▷ **Exercice 3. (4 points) Splines interpolantes : schéma à 4 points**

Soit un polygone de contrôle fermé. On définit un schéma de subdivision interpolant par l'algorithme suivant : entre chaque paire de sommets consécutifs  $P_i, P_{i+1}$  on ajoute un sommet que l'on place à la position

$$-\frac{1}{16}P_{i-1} + \frac{9}{16}P_i + \frac{9}{16}P_{i+1} - \frac{1}{16}P_{i+2}.$$

**3.1.** Montrer que ce nouveau point se trouve sur le polynôme de Lagrange au paramètre 1.5 si on choisit  $t_{i-1} = 0, t_i = 1, t_{i+1} = 2$  et  $t_{i+2} = 3$ .

**3.2.** Donner le pseudo code d'une itération de cet algorithme de subdivision.

**3.3.** Expliquer comment l'utiliser pour des surfaces de subdivision en produit tensoriel.