2 Partie Interpolation et approximation

▷ **Exercice 4. Splines de Catmull-Rom** (4 points)
Les splines de Catmull-Rom sont des splines C^1 par morceaux, et chaque morceau peut être construit par l'algorithme de la figure 3.

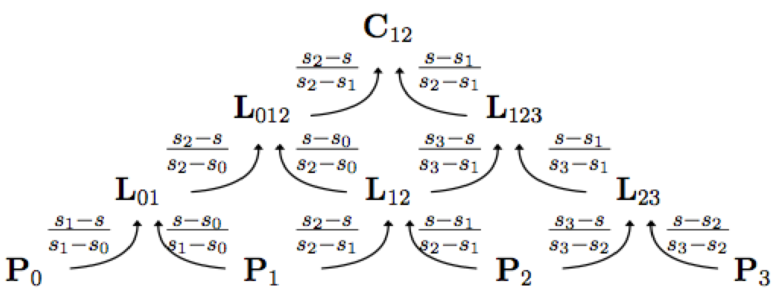

FIGURE 3 – Algorithme permettant d'obtenir un morceau de la courbe de Catmull-Rom.

4.1. Justifiez que ces splines sont de degré 3.

4.2. Montrer que ces splines sont interpolantes.

4.3. Proposez, et discutez un choix des valeurs de noeuds $(s_0, ..., s_m)$.

▷ **Exercice 5.** Surfaces de Bézier à patches triangulaires (2 points)

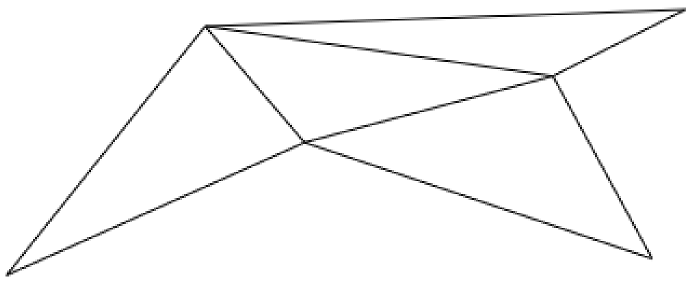

Figure 4 – Polyhèdre de contrôle d'un patch de Bézier de degré 2.

On donne 6 points définissant un patch triangulaire de degré 2 (voir Figure 4). On rappelle que l'algorithme de Cateljau pour les patches triangulaires généralise l'algorithme de Bézier sur les courbes en prenant le barycentre dans un triangle.

5.1. Justifiez que les courbes du triangle de Bézier de degré 2 sont des courbes de Bézier ; donnez leur points de contrôle.

5.2. Dessinez sur la figure, le point de paramètre $s = 1/2$, $t = 1/4$.

▷ **Exercice 6.** Spline (2 points)
Montrer qu'une spline uniforme de degré 2 passe par le milieu des segments de son polygone de contrôle, et qu'elle est tangente à ces segments. Vous pourez utiliser la floraison, et en particulier le fait que pour une fonction de degré n de floraison f, la tangente en a est $t \mapsto f(a, \ldots, a, t)$.