Eléments de correction - Modélisation géométrique

31 Mars 2017

1 Coordonnées barycentriques et schéma à 4 points (adaptatif)

1. cours
2. joli dessin.
3. Si on appelle L_0 la première fonction de base de Lagrange, on a $L_0(t) = \frac{(t-1)(t-2)(t-3)}{(-1)(-2)(-3)}$ et $L_0(1.5) = \frac{0.5x(-0.5)x(-1.5)}{(-1)(-2)(-3)} = \frac{-1}{16}$. De même pour les autres fonctions de base.
4. Si P_0 et P_3 sont du même coté de la droite (P_1P_2) alors le point $P_{1.5}$ est de l'autre coté car les poids de P_0 et P_3 sont négatifs; dans ce cas il n'est pas dans l'enveloppe convexe des 4 points P_i.
5. (a)

```
in: P de taille nbpt, nb_subd
out:  P de taille nbpt * 2^nb_subd

for s = 1:nb_subd
   nbpt = size(P,2);
   npt2 = nbpt*2;
   newP = zeros(2,npt2);
   newP(:,1:2:npt2) = P; % spread P in newP
   P=[P(:,end) P P(:,1:2)];
   newP(:,2:2:npt2) = (-P(:,1:nbpt) + 9*P(:,1+(1:nbpt))
              + 9*P(:,2+(1:nbpt)) -P(:,3+(1:nbpt)))/16
              ;% alternate with new points
   P=newP;
end
```

   (b) Les points du polygone de contrôle de départ restent dans la liste à chaque étape, et donc on continue à passer par ces pts, c'est interpolant.

6. On suppose que le polygone de départ a des cotés de longueur très variable...
   (a) Du coup, les parties de la courbes entre 2 points éloignés sont tendues, entre 2 points proches sont distendues.
   (b) On peut prendre des t_i qui dépendent de la longueur, par exemple $t_{i+1} = t_i + ||P_i - P_{i+1}||$. On remarque que dans ce cas là, les coefficients de la subdivision dépendent du polygone de contrôle.

2 Raccordement de deux courbes de Bézier

On considère 2 courbes de Bézier P et Q sur les intervalles $[0,1]$ et $[1,2]$ de degré 3.

1. cours.

   (a) $p(1,1,1) = P(1) = P_3 = Q_0 = Q(1) = q(1,1,1)$

   (b) On doit avoir $p(1,1,1) - p(0,1,1) = q(1,1,2) - q(1,1,1)$
   mais comme $p(1,1,1) = q(1,1,1)$
   alors $p(1,1,1) - p(0,1,1) = q(1,1,2) - p(1,1,1)$
   i.e. $2p(1,1,1) - p(0,1,1) = q(1,1,2)$ *i.e.* $p(2x1 - 1x0, 1, 1) = q(1,1,2)$ *combinaison affine*
   i.e. $p(2,1,1) = q(1,1,2)$
   i.e. $p(1,1,2) = q(1,1,2)$ *symétrie.*
   On peut de même montrer que $p(0,1,1) = q(0,1,1)$, et du coup, par combinaison affine, on a $p(1,1,t) = q(1,1,t)$.
   La condition géométrique est que $P_3 = Q_0$ sont le milieu de $[P_2Q_1]$.

   (c) $p(1,s,t) = q(1,s,t)$. Condition géométrique: que les droites (P_1P_2) et (Q_1Q_2) s'intersectent en un point $p(0,1,2)$ tel que P_2 est le milieu de $[P_1p(0,1,2)]$ et symétriquement Q_1 est le milieu de $[p(0,1,2)Q_2]$.

2. $p(0,0,0)$, $p(0,0,1)$, $p(0,1,2) = q(0,1,2) = 2p(0,1,1) - p(0,1,0)$, $q(1,2,2)$, $q(2,2,2)$.

3 Carreaux de Coons

1. $L_c(s,t) = (1-t)c_0(s) + t\ c_1(s)$, pour $t = 0$ on interpole $c_0(s)$, pour $t = 1$ on interpole $c_1(s)$. idem pour L_d.

2. On ajoute dans C deux fois chaque coins (L_c et $L - d$), et on les retranche 1 fois (B). Pour chaque courbe: la droite joignant $c_0(0)$ à $c_1(0)$ est ajoutée dans L_d et retranchée par B. Il ne reste donc plus entre $c_0(0)$ et $c_1(0)$ la courbe c. idem pour les 3 autres.